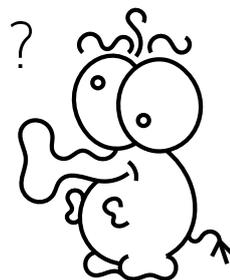
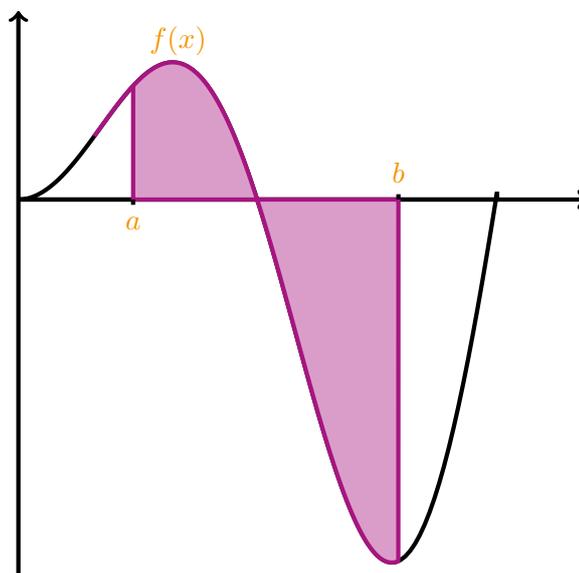




mathematikeanj1-bpe13.2-hauptsatzung

Exposition

Ein Knobler knobelt, warum sich der **orientierte Flächeninhalt** für $a < b \in \mathbb{R}$ unter einem Schaubild berechnen lässt durch das **bestimmte Integral**. Überlege, warum sich der orientierte Flächeninhalt unter einem Schaubild berechnen lässt durch das bestimmte Integral.



$$\int_a^b f(x) \cdot dx = F(b) - F(a)$$

Wir berechnen *bestimmte Integrale* durch:

Wir definieren zu einer integrierbaren Funktion $f(x)$ eine *Integralfunktion* I mit:

Peripetie

Beispiel 1

Berechne den Wert des Integrals.

$$\int_0^{1,5 \cdot \pi} \cos(x) \cdot dx$$

Mit Hilfe des Hauptsatzes gilt:

$$\int_0^{1,5 \cdot \pi} \cos(x) \cdot dx = [\sin(x)]_0^{1,5 \cdot \pi} = \sin(0) - \sin(1,5 \cdot \pi) = 0 - (-1) = 1$$

1 Fehler

Beispiel 2

Ermittle die Ableitungsfunktion I' , wenn gilt:

$$I(x) = \int_0^x t \cdot \sin(t) \cdot dt$$

Es gilt:

$$I(x) = \int_0^x t \cdot \sin(t) \cdot dt = \left[\frac{1}{2} \cdot t^2 \cdot (-\cos(t)) \right]_0^x = \frac{1}{2} \cdot x^2 \cdot (-\cos(x))$$

Also gilt mit Hilfe der Produktregel:

$$I'(x) = x \cdot (-\cos(x)) + \frac{1}{2} \cdot x^2 \cdot \sin(x)$$

1 Fehler

Berechne jeweils den Wert des Integrales.

1.
$$\int_0^3 x^2 \cdot dx$$

2.
$$\int_0^1 (4x^3 - 5) \cdot dx$$

3.
$$\int_{-1}^1 2 \cdot x^3 \cdot dx$$

4.
$$\int_0^1 (x^3 - 3x^2 + x) \cdot dx$$

5.
$$\int_{-42}^{42} (x \cdot x \cdot x) \cdot dx$$

6.
$$\int_0^2 e^x \cdot dx$$

7.
$$\int_0^{\ln(3)} e^x \cdot dx$$

8.
$$\int_0^{\pi} \sin(x) \cdot dx$$

9.
$$\int_{-1}^1 \cos(x) \cdot dx$$

10.
$$\int_0^{0,5 \cdot \pi} (-\sin(x) + x) \cdot dx$$

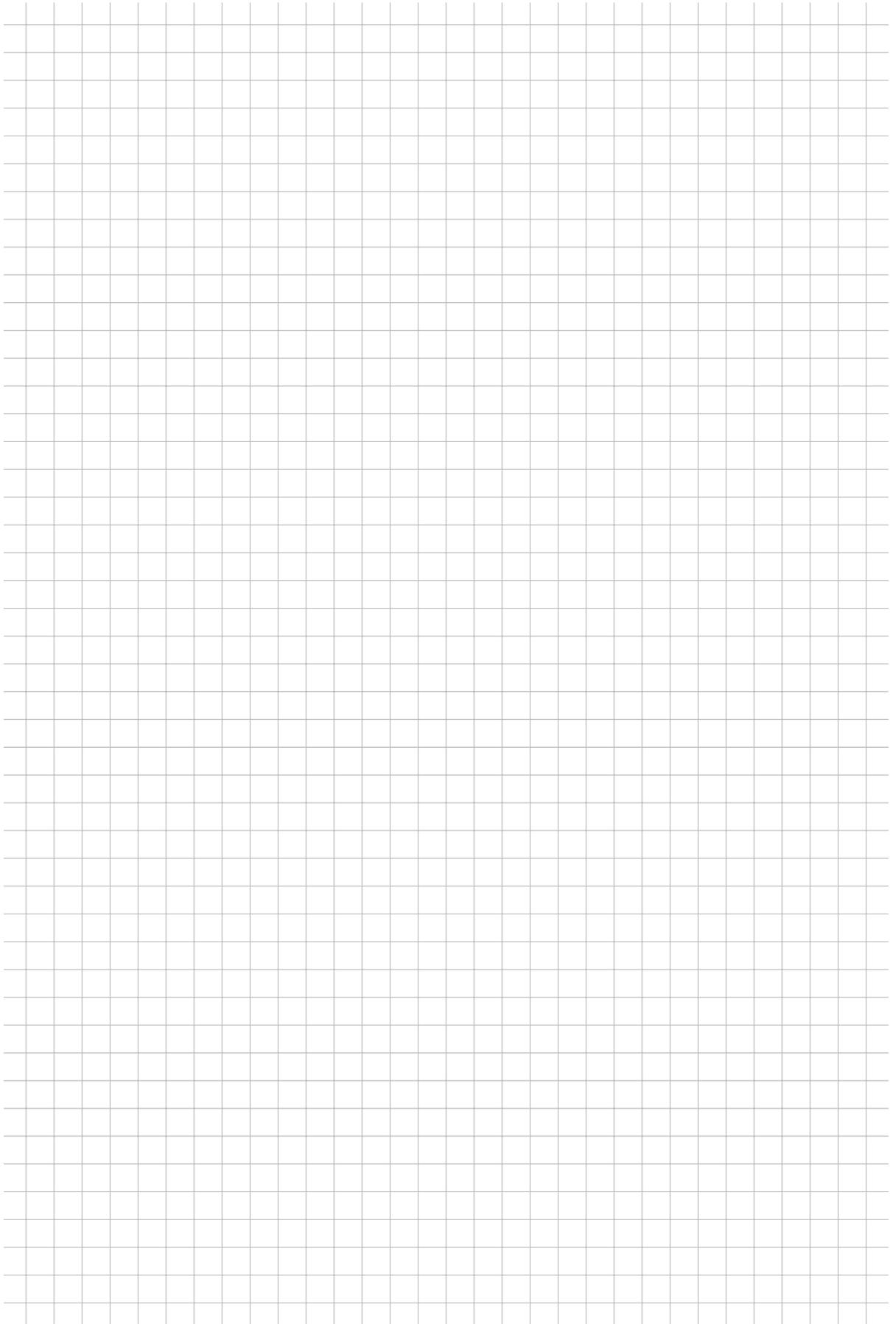
11.
$$\int_0^{2 \cdot \pi} (\cos(x) - 1) \cdot dx$$

12.
$$\int_0^{1,5 \cdot \pi} 3 \cdot \sin(x) \cdot dx$$

13.
$$\int_0^{\ln(2)} (e^x + \cos(x)) \cdot dx$$

14.
$$\int_0^{\pi} (e^x - 2 \cdot \sin(x)) \cdot dx$$





Aufgabe 2

Berechne jeweils den Wert des Integrales.

1.

$$\int_0^1 (2x + 1)^7 \cdot dx$$

2.

$$\int_0^\pi 3 \cdot \sin(2 \cdot x) \cdot dx$$

3.

$$\int_0^{\ln(3)} e^{3 \cdot x} \cdot dx$$

AFB II



Aufgabe 3

Ermittle $z \in \mathbb{R}$, wenn gilt:

$$\int_{-8}^z (x - 8) \cdot dx = 0$$

AFB II; AFB III



Aufgabe 4

Berechne den Wert des Integrals.

$$\int_{-2}^4 3 \cdot x^2 \, dx$$



Aufgabe 5

Ermittle $z \in \mathbb{R}$, wenn gilt:

$$\int_z^{2 \cdot z} x^2 \cdot dx = 42$$



Aufgabe 6

Untersuche die Aussage auf ihren Wahrheitsgehalt: 'Die Integralfunktion I hat genau eine Nullstelle bei $x = 2$, wenn gilt:

$$I(x) = \int_2^x \cos(t) \cdot dt$$



Katastrophe

Lösung 4

Es gilt:

$$\begin{aligned}\int_{-2}^4 3 \cdot x^2 dx &= [x^3]_{-2}^4 \\ &= 4^3 - (-2)^3 \\ &= 64 + 8 \\ &= 72\end{aligned}$$

Lösung 5

Es gilt:

$$\begin{aligned}\int_z^{2 \cdot z} x^2 \cdot dx &= 42 \\ \left[\frac{1}{3} x^3 \right]_z^{2 \cdot z} &= 42 \\ \frac{1}{3} \cdot (2 \cdot z)^3 - \frac{1}{3} \cdot z^3 &= 42 \\ \frac{8}{3} \cdot z^3 - \frac{1}{3} \cdot z^3 &= 42 \\ \frac{7}{3} \cdot z^3 &= 42 \\ z &= \sqrt[3]{18}\end{aligned}$$

Lösung 6

Es existiert eine Nullstelle bei 2, da gilt:

$$I(2) = \sin(2) - \sin(2) = 0$$

Die Aussage ist falsch, da es weitere Nullstellen gibt, beispielsweise bei $2 + 2 \cdot \pi$.